

Exercícios de Cálculo III – Integrais de Linha - Prof. Milton

- 1) Suponha que uma partícula se move ao longo da parábola $y = x^2$ no plano XoY do ponto $(-1, 1, 0)$ ao ponto $(2, 4, 0)$. Ache o trabalho $(\int F \cdot dS)$ total realizado, se o movimento for causado pelo campo de forças $F(x, y) = (x^2 + y^2)\vec{i} + 3x^2y\vec{j}$.
Suponha que os arcos sejam medidos em metros e a força em newtons.

- 2) Calcule a integral de linha $\int_C (4xy \, dx + (2x^2 - 3xy) \, dy)$ se a curva C consistir no segmento de reta de $(-3, -2, 0)$ a $(1, 0, 0)$ e no arco do primeiro quadrante (no plano XoY) de circunferência $x^2 + y^2 = 1$ de $(1, 0, 0)$ a $(0, 1, 0)$, percorrido na direção anti-horária.

- 3) Calcule $\int_H (x^2 + y^2 + z^2)^2 \, ds$ onde H é o arco da hélice circular $[\cos t, \sin t, 3t]$, do ponto $(1, 0, 0)$ ao ponto $(1, 0, 6\pi)$.

- 4) Calcule $\int_R xy^3 \, ds$ onde R é o segmento reta $y = 2x$ (no plano XoY) do ponto $(-1, -2, 0)$ ao ponto $(1, 2, 0)$.

- 5) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças $[x^2y, x-z, xyz]$ ao deslocar uma partícula no plano $z = 2$, do ponto $A(0, 0, 2)$ ao ponto $B(1, 1, 2)$, segundo o caminho:

- a) reto
b) parabólico $y = x^2$
c) parabólico $x = y^2$
d) fechado: reto de A para B seguido do parabólico ($y = x^2$) de B para A

- 6) Calcule o vetor $\int_H (x^2 + y^2 + z^2) \, dS$ onde H é o arco da hélice $[\cos t, \sin t, 3t]$, do ponto $(1, 0, 0)$ ao ponto $(1, 0, 6\pi)$.

- 7) Considere o campo $H = [-y, x, 0]$ e a elipse $3x^2 + 4y^2 = 12, z = 0$. Calcular o escalar dado pela integral de $H \cdot dS$ no sentido anti-horário (com e sem o uso de teoremas).

- 8) Considere o campo $F(x, y) = [x + 2y^2, x^2 + 3y]$ na circunferência de diâmetro 1 e tangente aos eixos coordenados no primeiro quadrante do plano XoY . Calcular o escalar dado pela integral de $F \cdot dS$ no sentido anti-horário (com e sem o uso de teoremas)

- 9) Calcule $\int_C V \cdot dS$ sendo C uma curva que liga o ponto $A(3, 0, 0)$ ao ponto $B(0, 4, 0)$.
 $V = [x^2 - yz, y^2 - xz, z^2 - xy]$ **Resp.: 37/3**

- 10) Calcule $\int_\gamma W \cdot dS$ sendo γ uma curva que liga o ponto $C(1, 2, 0)$ ao ponto $D(0, 0, 5)$.
 $W = [y + z, x + z, x + y]$ **Resp.: -2**

- 11) Calcule $\int_r v_k \cdot dS$ sendo r a reta que liga o ponto $P(0, 1, 1)$ ao ponto $Q(2, 0, 0)$ e

$$v_1(x, y, z) = [e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z}]$$

$$\text{Resp.: } R_1 = 2$$

$$v_2(x, y, z) = [e^x \sin y + 2y, e^x \cos y + 2x - 2y, 0]$$

$$\text{Resp.: } R_2 = 1 - \sin 1$$

$$v_3(x, y, z) = [xy^2, yz^2, zx^2]$$

$$\text{Resp.: } R_3 = -1/4$$

$$v_4(x, y, z) = [4x^2y \sin 2x + 8xy \sin^2 x, 4x^2 \sin^2 x - z \sin y, \cos y]$$

$$\text{Resp.: } R_3 = -1/4$$