

Exercícios de Cálculo III – Campos Vetoriais - Prof. Milton

1. Faça a representação gráfica dos campos gerados por:

a) $\vec{V} = \left[-\frac{1}{\sqrt{x}}; 1; 0 \right]$

b) $\vec{V} = \left[-y; x; 0 \right]$

c) $\vec{V} = \left[x; y; 0 \right]$

Calcule o rotacional e o divergente destes campos

2. Determine o divergente e o rotacional do campo vetorial dado:

a) $\vec{f}(x, y, z) = [2x + 4z; y - z; 3x - yz];$

g) $\vec{f}(x, y, z) = [2x^2y^2; 3xyz; y^2z]$

b) $\vec{f}(x, y) = [x^2 + y^2; x^2 - y^2];$

h) $\vec{F} = \left(\frac{1}{x} + y\right)\vec{i} + (1 - z)\vec{j} + (z - x)^2\vec{k}$

c) $\vec{f}(x, y, z) = [xyz^3; 2xy^3; -x^2yz]$

i) $\vec{f}(x, y, z) = \text{sen}(xy)\vec{i} + \text{cos}(xy)\vec{j} + z\vec{k}$

d) $\vec{f}(x, y, z) = [yz; xz; xy]$

j) $\vec{f}(x, y, z) = [2x^2y; 3xz; -y]$

e) $\vec{f}(x, y, z) = [xyz; 2x - 1; x^2z]$

k) $\vec{f}(x, y) = 2x^4\vec{i} + e^{xy}\vec{j}$

f) $\vec{f}(x, y, z) = [x^2; y^2; z^2]$

3. Dada a função: $\vec{f}(x, y, z) = [x^2 - y; x^3 + z^2; -3xyz]$, determine:

rot $\vec{f}(x, y, z)$ em $P\left(1; \frac{1}{3}; -1\right)$

4. Calcule o divergente e o rotacional dos campos vetoriais

a) $\vec{U}(x, y, z) = [-y, x, 0]$ num ponto qualquer e no ponto $\mathbf{P}(1, 4, 2)$

b) $\vec{V}(x, y, z) = [-yz, xz, 1]$ num ponto qualquer e no ponto $\mathbf{Q}(1, -2, 4)$

c) $\vec{W}(x, y, z) = [-yz, xz, xyz]$ num ponto qualquer e no ponto $\mathbf{R}(4, -2, -1)$

5. Calcule o *divergente* e o *rotacional* de $\vec{W}(x, y, z) = [xy, 2z, 3yz]$.

O que estes resultados podem significar ?

6. Calcule o divergente e o rotacional do campo vetorial $\vec{W}(x, y, z) = [x - yz, xz, xyz]$

a) num ponto qualquer

b) no ponto $\mathbf{R}(4, -2, -1)$. Que significado (*qualitativo*) podemos dar às respostas de b)?

7. Sejam $\vec{f}(x, y, z) = [xz; yz; xy]$ e $\vec{g}(x, y, z) = [x^2; y^2; z^2]$. Determine:

a) $\nabla \cdot \vec{g} - \nabla \cdot \vec{f}$

b) $(\nabla \times \vec{f}) \cdot (\nabla \times \vec{g})$