

- 1) Calcule o momento de inércia ($\iint_S \mu D^2 \cdot da$, onde μ é a densidade superficial e D é a distância ao eixo considerado) da lâmina esférica homogênea de raio 15cm , massa 3Kg , em relação ao seu diâmetro.
- 2) Calcule $\iint_S [xy, x+1, x+y+z] \cdot da$, onde S é o cilindro de raio 2 centrado no eixo OZ , entre $z=0$ e $z=3$.
- 3) Calcular o escalar dado pela integral de $F = [xz+y, y^2, x-y]$ sobre a superfície parabólica $x=2z^2$, com $0 \leq x \leq 9$ e $-1 \leq y \leq 5$.
- 4) Encontre o fluxo do campo de vetores $[-4y, 2z, 3x]$ através da parte do parabolóide dado por $z=10-x^2-y^2$, acima do plano $z=1$.

- 5) Encontre o fluxo do campo $G = [x, 4y, 2z]$ através da parte do parabolóide dado por $z=x^2+y^2$, abaixo do plano $z=9$.

Gabarito:

$$P(r, t) = [r \cos t, r \sin t, r^2], 0 \leq r \leq 3, 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$dA = [2r^2 \cos t, 2r^2 \sin t, -r] dr dt$$

$$G = [r \cos t, 4r \sin t, 2r^2]$$

$$\iint_P G \cdot dA = \int_0^3 \int_0^{2\pi} 6r^3 \sin^2 t dr dt = 243\pi/2$$

- 6) Re-resolva a questão anterior de outra maneira, pelo uso de um dos teoremas.

Gabarito:

$$\text{por Gauss, } \iiint_S G \cdot dA = \iiint_D \text{div}(G) dx dy dz = 7 \iiint_D dx dy dz = 7 \cdot \text{Vol}_D$$

$$\iiint_S G \cdot dA = 7 \int_0^{2\pi} \int_0^3 (9-\rho^2) \cdot \rho d\rho d\theta = 567\pi/2$$

$$\text{Mas } \iiint_S G \cdot dA = \iint_P G \cdot dA + \iint_{Cr} G \cdot dA \Rightarrow \iint_P G \cdot dA = \iiint_S G \cdot dA - \iint_{Cr} G \cdot dA,$$

onde Cr é o círculo de raio 3 em $z=9$. Nele, temos $Cr = [x, y, 9]$ e $dA = \vec{k} \cdot dx dy$

$$\text{Com isto, } G \cdot dA = [x, 4y, 2z] \cdot \vec{k} dx dy = 2z dx dy \text{ e } \iint_{Cr} 2z dx dy = 162\pi$$

$$\text{Portanto, } \iint_P G \cdot dA = 567\pi/2 - 162\pi = 243\pi/2$$

- 7) Calcule o momento de inércia (*) da lâmina esférica homogênea (de raio 5cm e massa 10Kg), em relação ao seu diâmetro.

$$(*) \iint_S \mu D^2 da, \text{ onde } \mu \text{ é a densidade superficial e } D \text{ é a distância ao eixo considerado.}$$

$$\text{Resp.: } (500/3) \text{ Kg.cm}^2 \cong 166,67 \text{ Kg.cm}^2$$